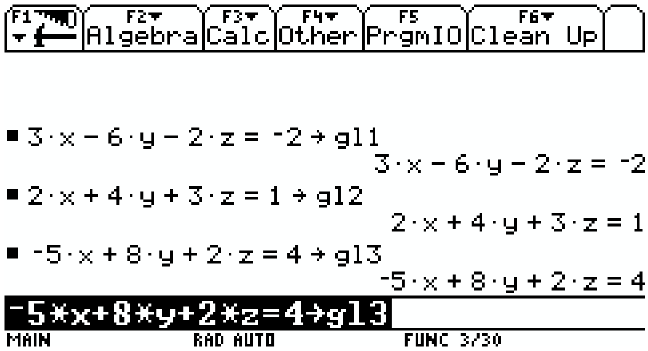
Wir lösen das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x - 6y - 2z &= -2 \\ 2x + 4y + 3z &= 1 \\ -5x + 8y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

auf drei unterschiedliche Arten.

1. <u>wie „von Hand“</u>

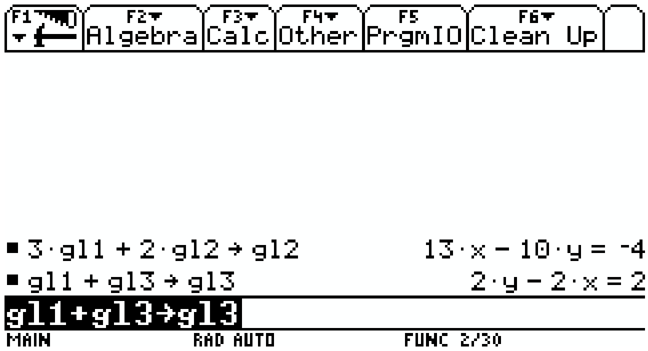
zunächst legen wir jede der Gleichungen in einer eigenen Variablen ab.



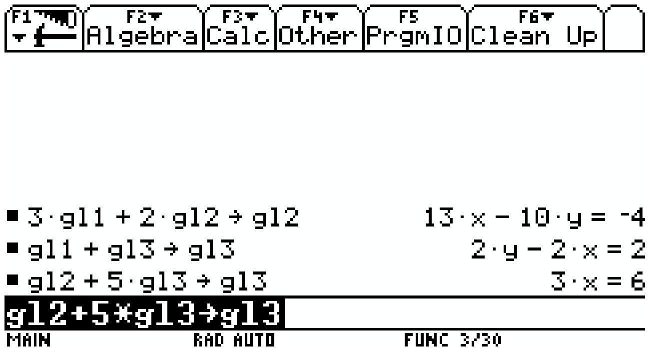
und jetzt rechnen wir wie gewohnt:

Wir eliminieren die Variable z aus gl2 und gl3:

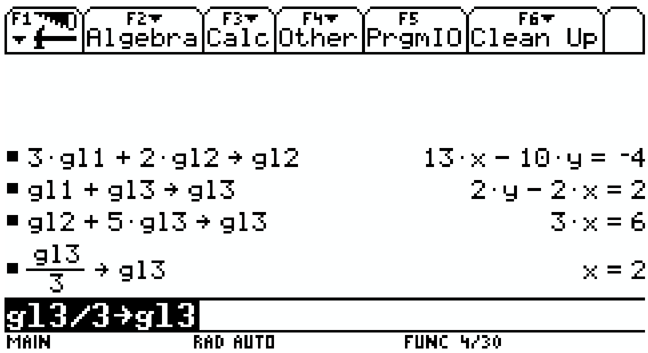
gl1 lassen wir unverändert.
die neue zweite Gleichung erhalten wir als Summe 3·gl1 + 2·gl2
die neue dritte Gleichung erhalten wir als Summe gl1+ gl3



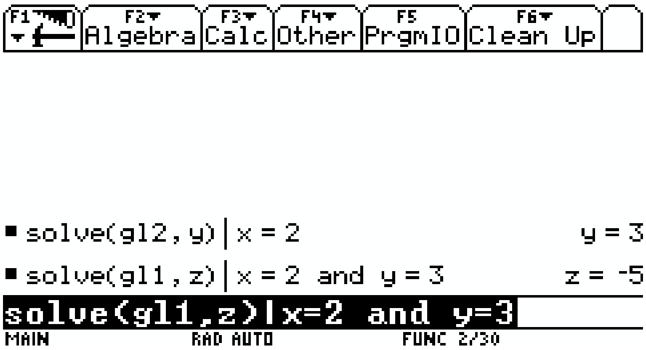
Aus der neuen gl3 entfernen wir jetzt die Variable y analog:
die neue dritte Gleichung wird so berechnet:
gl2 + 5·gl3



Wenn wir jetzt noch die gl3 durch 3 teilen, erhalten wir die erste Komponente der Lösung:



Wenn wir dieses Ergebnis in die gl2 einsetzen, können wir diese nach y auflösen:

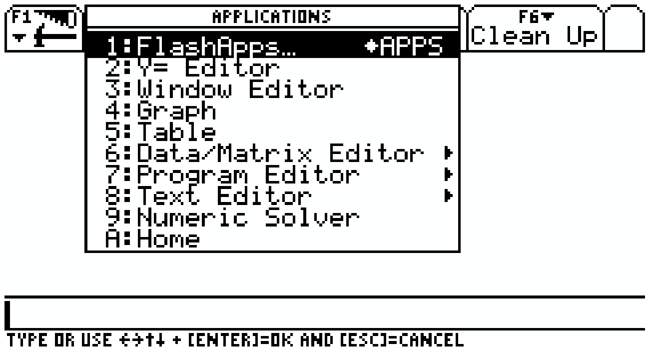


Die beiden Teilergebnisse stzen wir nun in die erste Gleichung ein und lösen diese nach z auf:

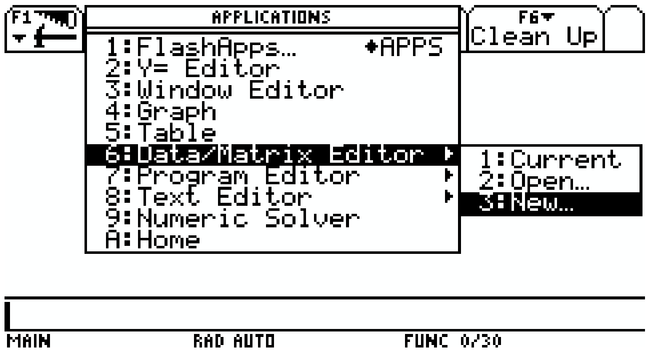
Die Lösungsmenge ist also L = {(2,3,–5)}

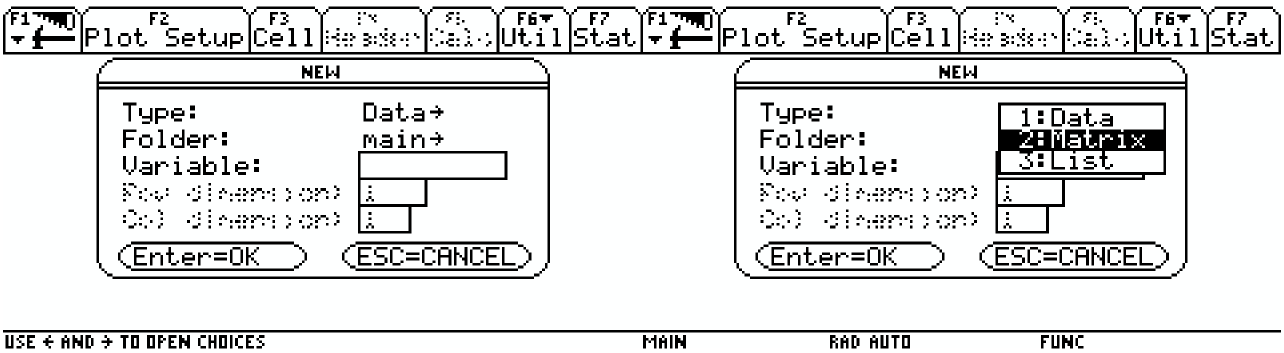
2. <u>mithilfe der Matrizenschreibweise</u>

Eine Matrix ist ein rechteckiges Schema, das nur die Koeffizienten des Gleichungssystems enthält. Dabei müssen die Variablen in allen Gleichungen in derselben Reihenfolge auftreten.
Mit der Taste APPS erhalten wir das nebenstehende Menü angezeigt:

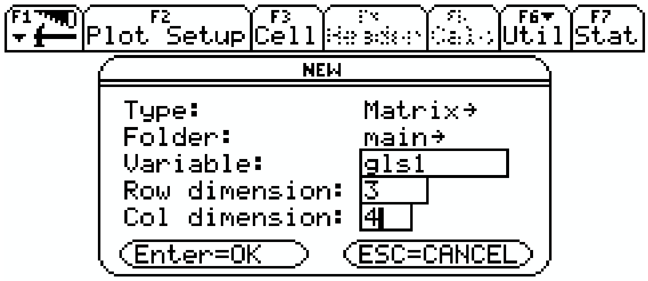


Wir benötigen Punkt 6 dieses Menüs, den *Data/Matrix-Editor*, mit dem wir eine neue Matrix anlegen.

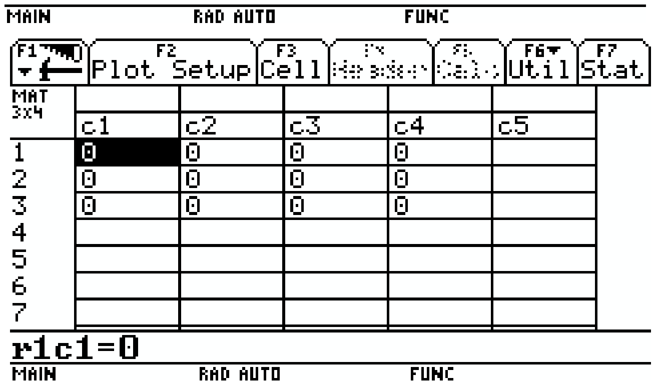




In das Feld *Variable* geben wir den Namen der Matrix ein, z. B. gls1.
Weil unser LGS aus 3 Gleichungen besteht, benötigen wir drei Zeilen.
Weil in jeder Gleichung 4 Koeffizienten vorkommen, benötigen wir 4 Spalten.
Diese Werte geben wir in die zugehörigen Felder ein.

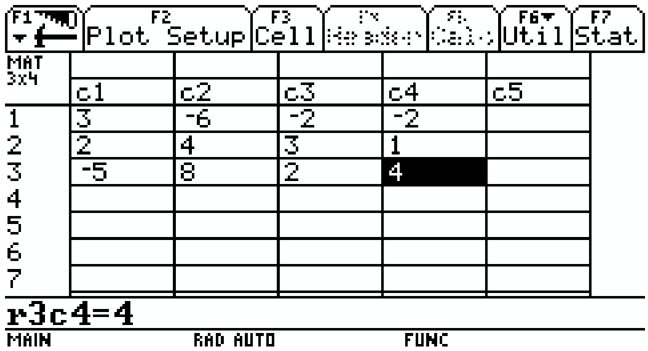


Die von uns gewünschte Matrix enthält zunächst nur 0en.

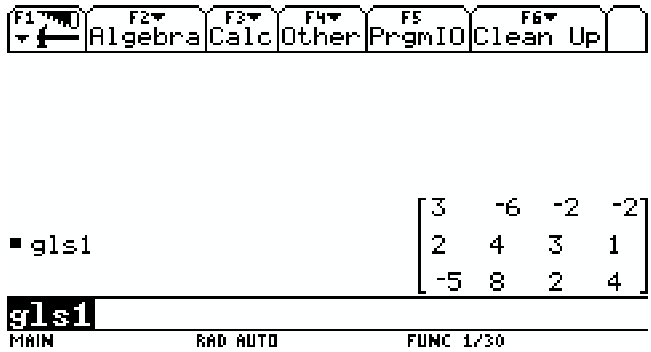


An deren Stelle tragen wir jetzt die Koeffizienten unserer Gleichungen ein.

Anschließend kehren wir zum Home-Bildschirm zurück....



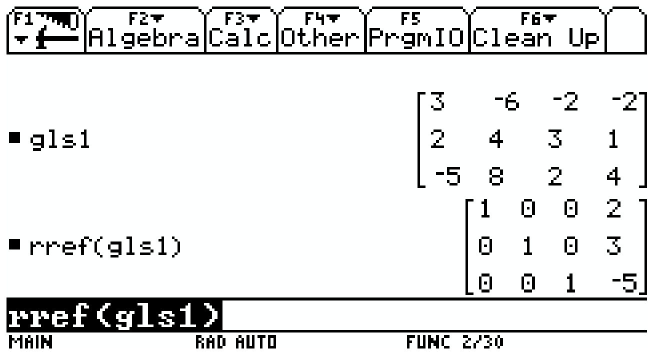
und schauen uns unsere Matrix mal an.



Der Befehl zum Lösen des LGS ist jetzt einfach

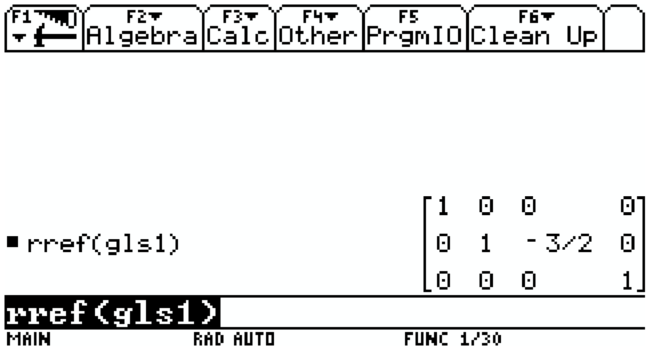
rref(gls1)

Die Einsen im linken Teil stehen für die Variablen x, y und z, die Lösungen stehen in der letzten Spalte: $x = 2$, $y = 3$ und $z = -5$



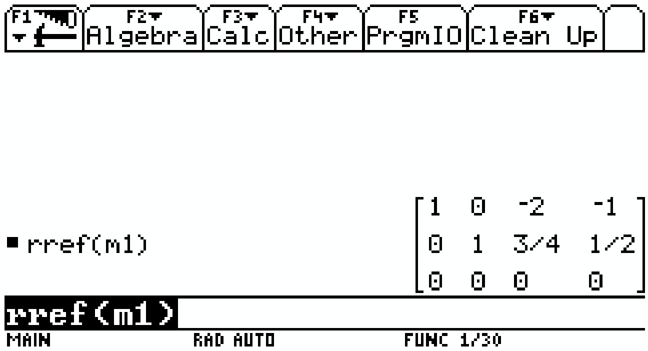
Einige Beispiele:

$$\begin{aligned} 3x + 2y - 3z &= 4 \\ -x + 2y - 3z &= 2 \\ 3x - 4y + 6z &= -2 \end{aligned}$$



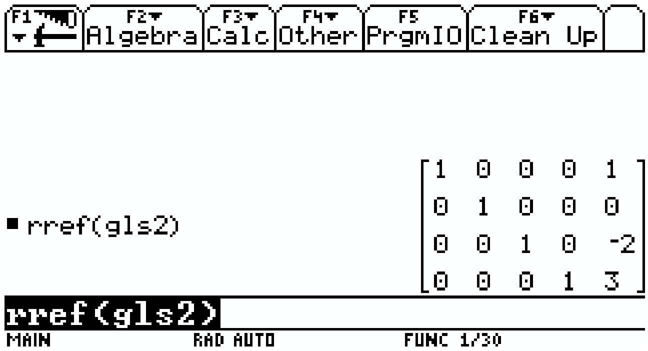
Die letzte Zeile der Matrix zeigt uns:
$0 \cdot z = 1$.
Dies ist nicht möglich, das LGS hat keine Lösung.

$$\begin{aligned} x - 2z &= -1 \\ 2x + 4y - z &= 0 \\ -3x - 4y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

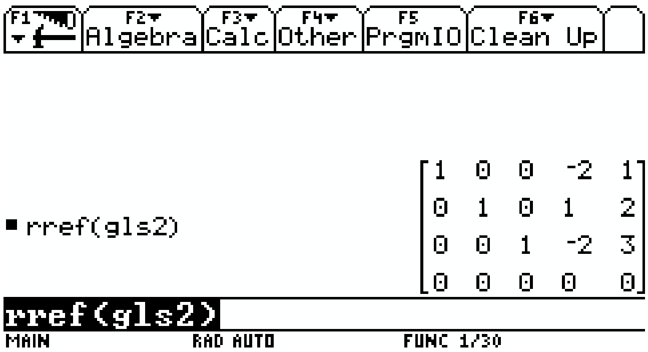


Die letzte Zeile der Matrix zeigt uns:
$0 \cdot z = 0$.
Dies ist für jede beliebige Wahl von z erfüllt.
Das LGS hat unendlich viele Lösungen.

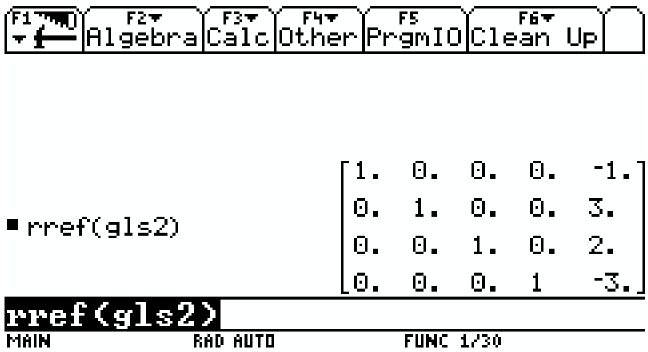
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 6 \\ -2x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 &= -2 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 &= 15 \\ x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 5x_4 &= 4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 &= 8 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 &= 6 \end{aligned}$$

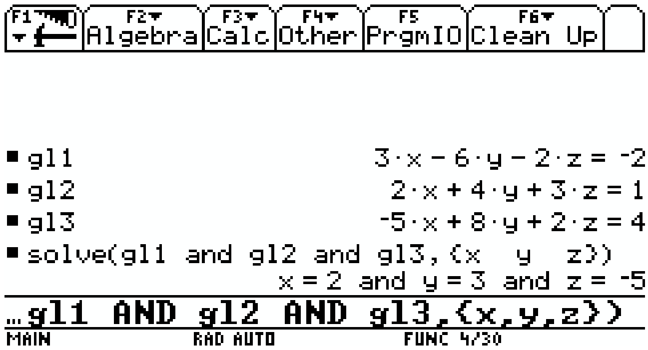


$$\begin{aligned} 1{,}2x_1 - 0{,}2x_2 + 4{,}2x_3 - x_4 &= 9{,}6 \\ -1{,}6x_1 - 0{,}4x_2 + 2{,}4x_3 + 2{,}2x_4 &= -1{,}4 \\ 1{,}8x_1 + 2{,}4x_2 + 2{,}6x_3 - 2{,}4x_4 &= 17{,}8 \\ 0{,}2x_1 + 0{,}6x_2 - 1{,}6x_3 + x_4 &= -4{,}6 \end{aligned}$$

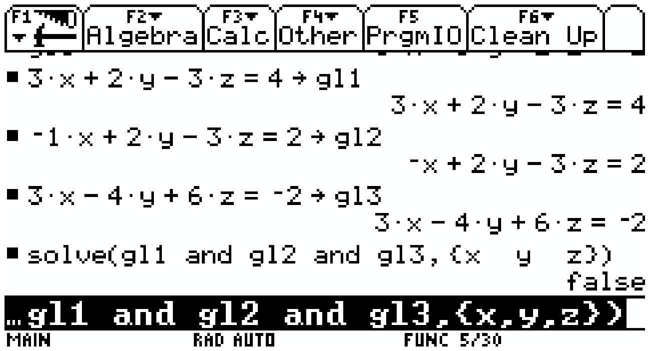


Die Dezimalpunkte weisen darauf hin, dass „ungenau“ gerechnet wurde.

3. mithilfe des *solve*-Befehls

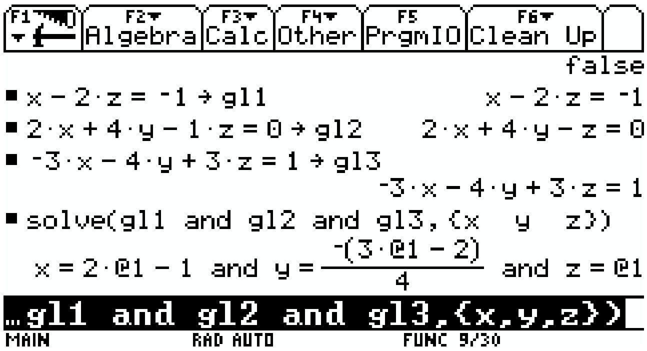


Wir nehmen wieder die drei Gleichungen in der Form wie im Bild her und wenden den *solve*-Befehl an.
Wenn mehrere Gleichungen gleichzeitig gelöst werden sollen, dann müssen diese durch *AND* verknüpft werden.
Anschließend folgt dann in geschweiften Klammern die Liste der Variablen, nach denen aufgelöst werden soll.



Wenn das LGS keine Lösung besitzt, erhalten wir die Ausgabe

false



Wenn das LGS nicht eindeutig lösbar ist, führt der TI Lösungsvariable ein, die durch das Zeichen @ (sieht auf dem TI etwas anders aus...) sowie eine Nummer dargestellt werden. Im Beispiel ist eine Variable notwendig, die dann logischerweise mittels @1 dargestellt wird.