Eigenschaften des Integrals

Intervalladditivität: Wenn f über dem Intervall [a ; b] integrierbar ist, dann gilt für jedes $c \in [a ; b]$:

$$\int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx$$

Linearität des Integrals: Wenn f und g über dem Intervall [a ; b] integrierbar sind, dann sind auch f + g und $c \cdot f$ für jedes $c \in \mathbb{R}$ über dem Intervall [a ; b] integrierbar und es gilt:

$$\int_a^b (f(x) + g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$

$$\int_a^b (c \cdot f(x))\,dx = c \cdot \int_a^b f(x)\,dx$$

Monotonie des Integrals: Wenn f und g über dem Intervall [a ; b] integrierbar sind und $f(x) \leq g(x)$ für alle $x \in [a ; b]$ ist, dann gilt auch:

$$\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$$

Mittelwert: Wenn f über dem Intervall [a ; b] integrierbar ist, dann nennen wir die Zahl

$$\frac{1}{b - a} \int_a^b f(x)\,dx$$

den Mittelwert von f über dem Intervall [a ; b].